بسم الله الرحمن الرحیم

مبانی بینایی کامپیوتر

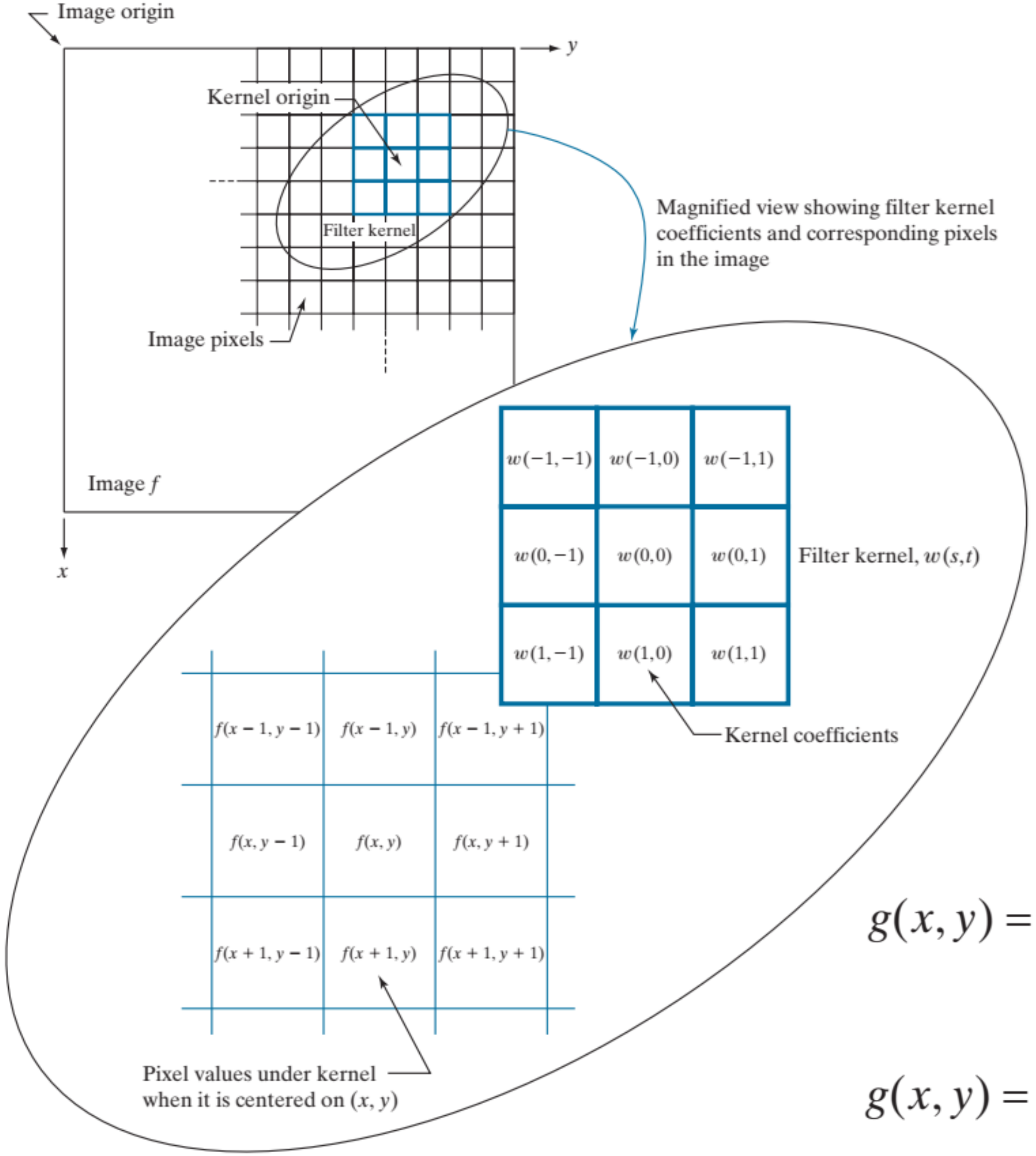
مدرس: محمدرضا محمدی

۱۳۹۹

پردازش تصویر در حوزه مکان

Image Processing in Spatial Domain

فیلتر در حوزه مکان



$$g(x,y) = w(-1,-1)f(x-1,y-1) + w(-1,0)f(x-1,y) + \ldots + w(0,0)f(x,y) + \ldots + w(1,1)f(x+1,y+1)$$

$$g(x,y) = \sum_{s=-a}^{a} \sum_{t=-b}^{b} w(s,t)f(x+s,y+t)$$

فیلترهای تیزکننده

- برخلاف هموارسازی تصویر، اساس کار تیز کردن تصویر بر برجسته‌سازی جزئیات کوچک در تصویر است
- از آنجائیکه متوسط‌گیری معادل با انتگرال‌گیری است، می‌توان نتیجه گرفت که تیز کردن تصویر را می‌توان توسط مشتق‌گیری که معادل با تفاضل است بدست آورد
- بنابراین، لبه‌ها و البته دیگر گسستگی‌ها نظیر نویز نیز برجسته خواهند شد

مشتق تصویر

- سری تیلور

$$f(x+\Delta x) = f(x) + \Delta x \frac{\partial f(x)}{\partial x} + \frac{(\Delta x)^2}{2!}\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} + \frac{(\Delta x)^3}{3!}\frac{\partial^3 f(x)}{\partial x^3} + \cdots$$

- در تصویر $\Delta x = 1$ است

$$f(x+1) = f(x) + \frac{\partial f(x)}{\partial x} + \frac{1}{2!}\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} + \frac{1}{3!}\frac{\partial^3 f(x)}{\partial x^3} + \cdots$$

- تقریب یک جمله

$$f(x+1) \approx f(x) + \frac{\partial f(x)}{\partial x} \qquad \boxed{\frac{\partial f(x)}{\partial x} \approx f(x+1) - f(x)}$$

مشتق تصویر

- سری تیلور

$$f(x+\Delta x)=f(x)+\Delta x\frac{\partial f(x)}{\partial x}+\frac{(\Delta x)^2}{2!}\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2}+\frac{(\Delta x)^3}{3!}\frac{\partial^3 f(x)}{\partial x^3}+\cdots$$

- به ازای $\Delta x=-1$

$$f(x-1)=f(x)-\frac{\partial f(x)}{\partial x}+\frac{1}{2!}\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2}-\frac{1}{3!}\frac{\partial^3 f(x)}{\partial x^3}+\cdots$$

- تقریب یک جمله

$$f(x-1)\approx f(x)-\frac{\partial f(x)}{\partial x} \qquad \boxed{\frac{\partial f(x)}{\partial x}\approx f(x)-f(x-1)}$$

مشتق تصویر

- سری تیلور

$$f(x+\Delta x) = f(x) + \Delta x \frac{\partial f(x)}{\partial x} + \frac{(\Delta x)^2}{2!}\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} + \frac{(\Delta x)^3}{3!}\frac{\partial^3 f(x)}{\partial x^3} + \cdots$$

- تفاضل $\Delta x = +1$ از $\Delta x = -1$

$$f(x+1) - f(x-1) = 2\frac{\partial f(x)}{\partial x} + \frac{2}{3!}\frac{\partial^3 f(x)}{\partial x^3} + \cdots$$

- تقریب یک جمله

$$f(x+1) - f(x-1) \approx 2\frac{\partial f(x)}{\partial x}$$

$$\boxed{\frac{\partial f(x)}{\partial x} \approx \frac{f(x+1) - f(x-1)}{2}}$$

مشتق تصویر

- سری تیلور

$$f(x+\Delta x) = f(x) + \Delta x \frac{\partial f(x)}{\partial x} + \frac{(\Delta x)^2}{2!}\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} + \frac{(\Delta x)^3}{3!}\frac{\partial^3 f(x)}{\partial x^3} + \cdots$$

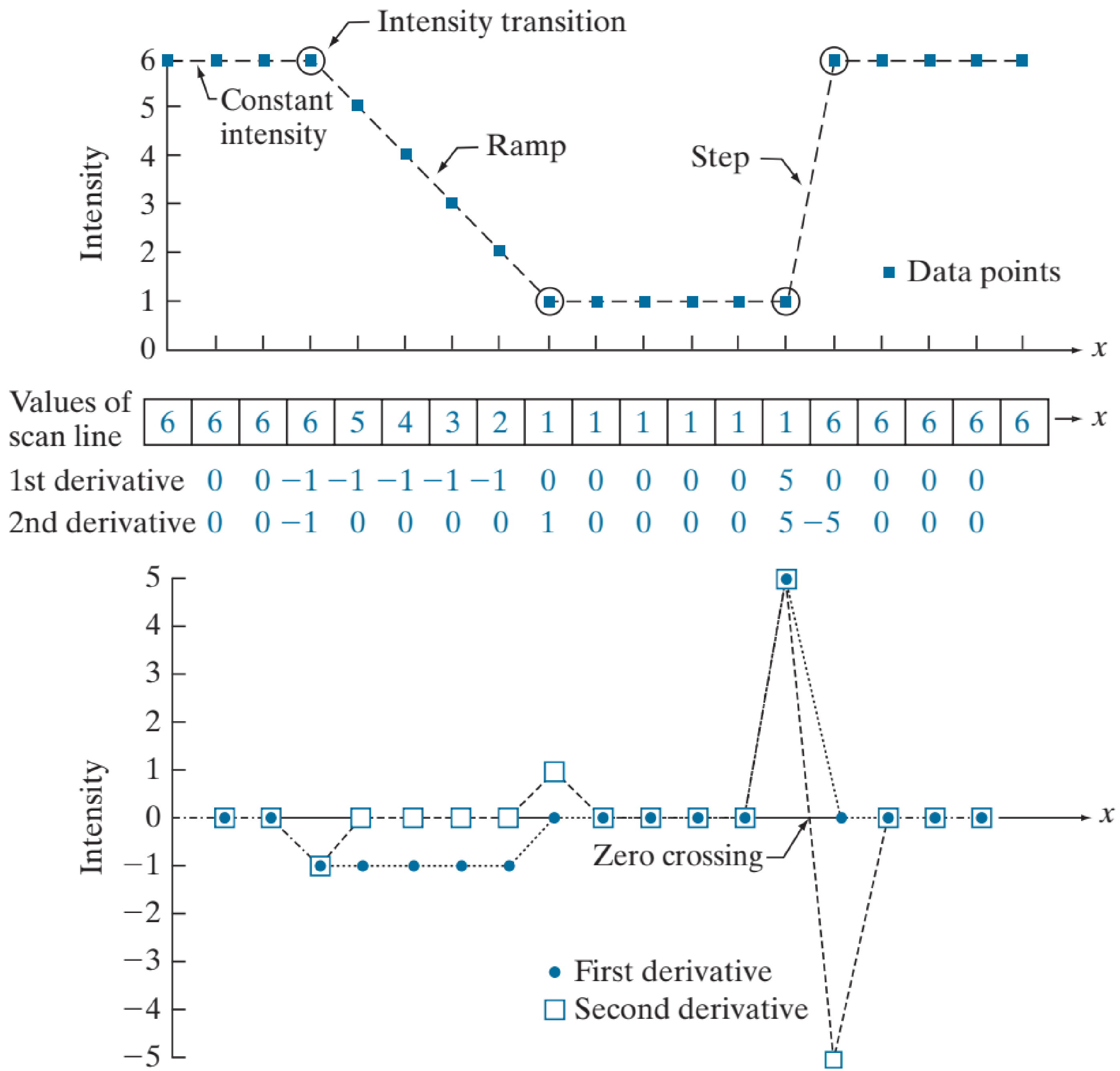
- مشتق مرتبه ۲

$$f(x+1) + f(x-1) = 2f(x) + \frac{2}{2!}\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} + \cdots$$

- تقریب یک جمله

$$f(x-1) + f(x-1) \approx 2f(x) + \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2}$$

$$\boxed{\frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} \approx f(x+1) + f(x-1) - 2f(x)}$$


Intensity transition
Constant intensity
Ramp
Step
Data points
Intensity
x
Values of scan line
6 6 6 6 5 4 3 2 1 1 1 1 1 1 6 6 6 6 6
1st derivative 0 0 −1 −1 −1 −1 −1 0 0 0 0 0 5 0 0 0 0
2nd derivative 0 0 −1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 5 −5 0 0 0
Zero crossing
First derivative
Second derivative

مشتق تصویر

- تصویر یک سیگنال دوبعدی است که مشتق آن نسبت به هر جهت قابل محاسبه است

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \approx \frac{f(x+1,y) - f(x-1,y)}{2}$$

$$\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} \approx \frac{f(x,y+1) - f(x,y-1)}{2}$$

$$\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x^2} \approx f(x+1,y) - 2f(x,y) + f(x-1,y)$$

$$\frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y^2} \approx f(x,y+1) - 2f(x,y) + f(x,y-1)$$

لاپلاسین تصویر

$$\Delta^2 f(x,y) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

$$\Delta^2 f(x,y) \approx f(x,y+1) - 2f(x,y) + f(x,y-1) + f(x+1,y) - 2f(x,y) + f(x-1,y)$$

- نمایش کرنلی
- می‌توان مشتق در جهت‌های قطری را نیز اضافه کرد

0	1	0
1	−4	1
0	1	0

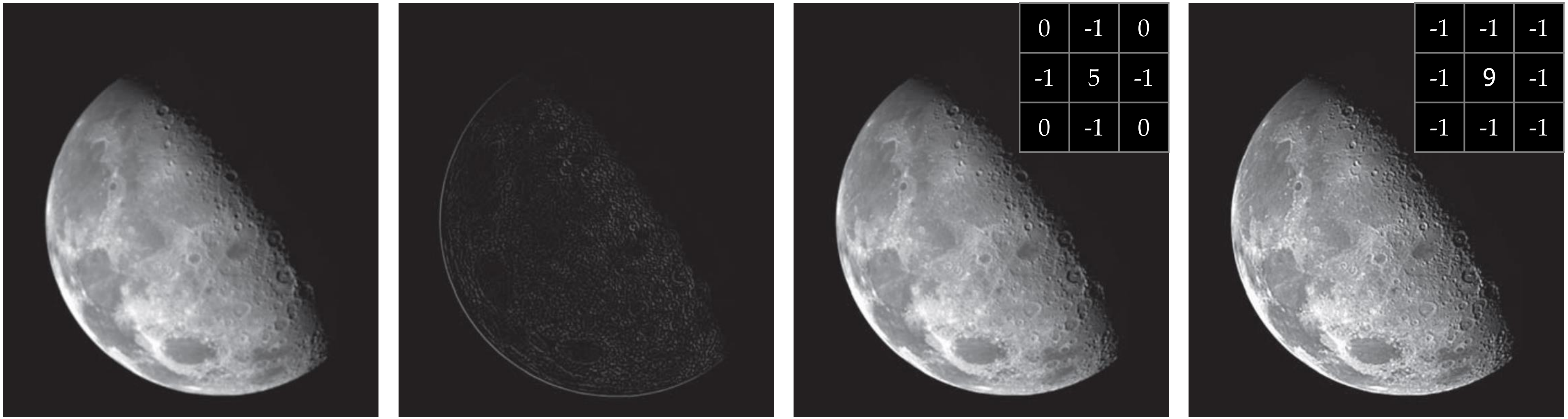
1	1	1
1	−8	1
1	1	1

لاپلاسین تصویر

$$\Delta^2 f(x,y) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

- لاپلاسین تغییرات شدت روشنایی را برجسته می‌کند
- تقویت پیکسل‌هایی که تغییرات دارند موجب تیز شدن تصویر می‌شود

$$g(x,y) = f(x,y) + c\,\Delta^2 f(x,y)$$



0	-1	0
-1	5	-1
0	-1	0

-1	-1	-1
-1	9	-1
-1	-1	-1

پردازش تصویر در حوزه فرکانس

Image Processing in Frequency Domain

تبدیلات تصویر

- تبدیل تصویر به معنای انتقال تصویر از فضای اصلی به فضای نگاشت (مانند فرکانس) است
- هدف از تبدیل تصویر دستیابی به مشخصه‌هایی از تصویر است که در فضای نگاشت مشخص‌تر هستند

تبدیلات تصویر

- تبدیل تصویر به معنای انتقال تصویر از فضای اصلی به فضای نگاشت (مانند فرکانس) است
- هدف از تبدیل تصویر دستیابی به مشخصه‌هایی از تصویر است که در فضای نگاشت مشخص‌تر هستند
- یک تبدیل باید دارای خصوصیات زیر باشد:
  - توانایی بازسازی و بازیابی سیگنال اولیه وجود داشته باشد
  - پایدار باشد

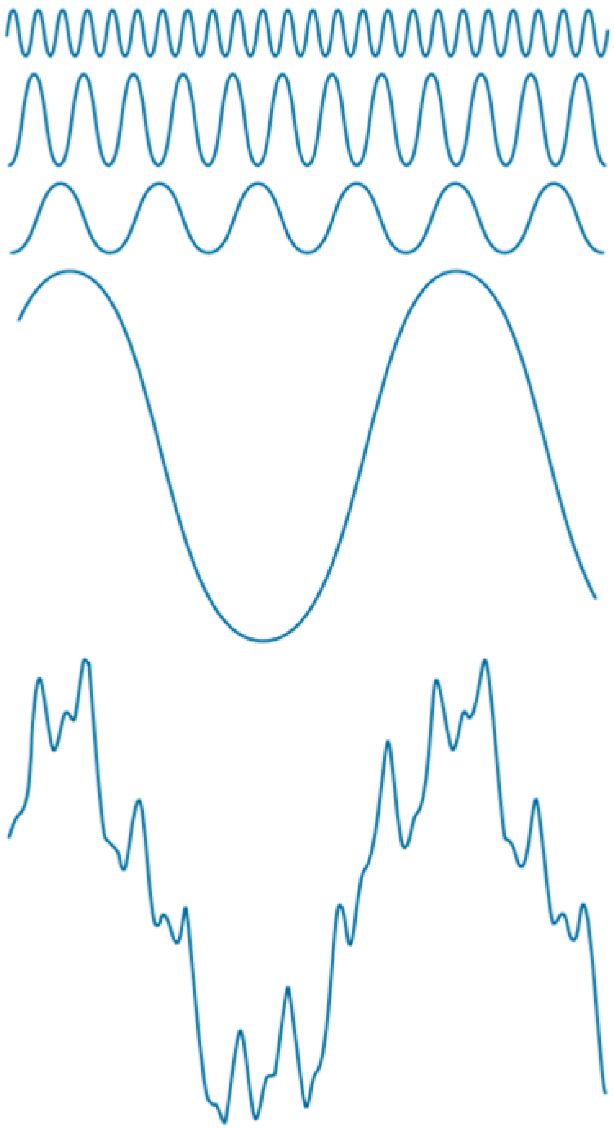
تبدیلات تصویر

$$\begin{bmatrix}1&0\\2&1\end{bmatrix} = 1\begin{bmatrix}1&0\\0&0\end{bmatrix} + 0\begin{bmatrix}0&1\\0&0\end{bmatrix} + 2\begin{bmatrix}0&0\\1&0\end{bmatrix} + 1\begin{bmatrix}0&0\\0&1\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}1&0\\2&1\end{bmatrix} = 1\begin{bmatrix}1&1\\1&1\end{bmatrix} + \frac{1}{2}\begin{bmatrix}1&-1\\1&-1\end{bmatrix} - \frac{1}{2}\begin{bmatrix}1&1\\-1&-1\end{bmatrix} + 0\begin{bmatrix}1&-1\\-1&1\end{bmatrix}$$

تبدیل فوریه

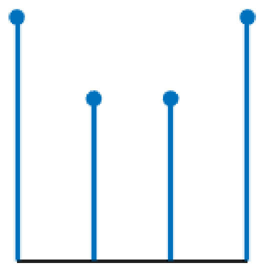
- تبدیل فوریه معروف‌ترین و کاربردی‌ترین تبدیل تصویر است
- تبدیل فوریه یک سیگنال ورودی را به صورت مجموعی از جملات سینوسی تجزیه می‌کند



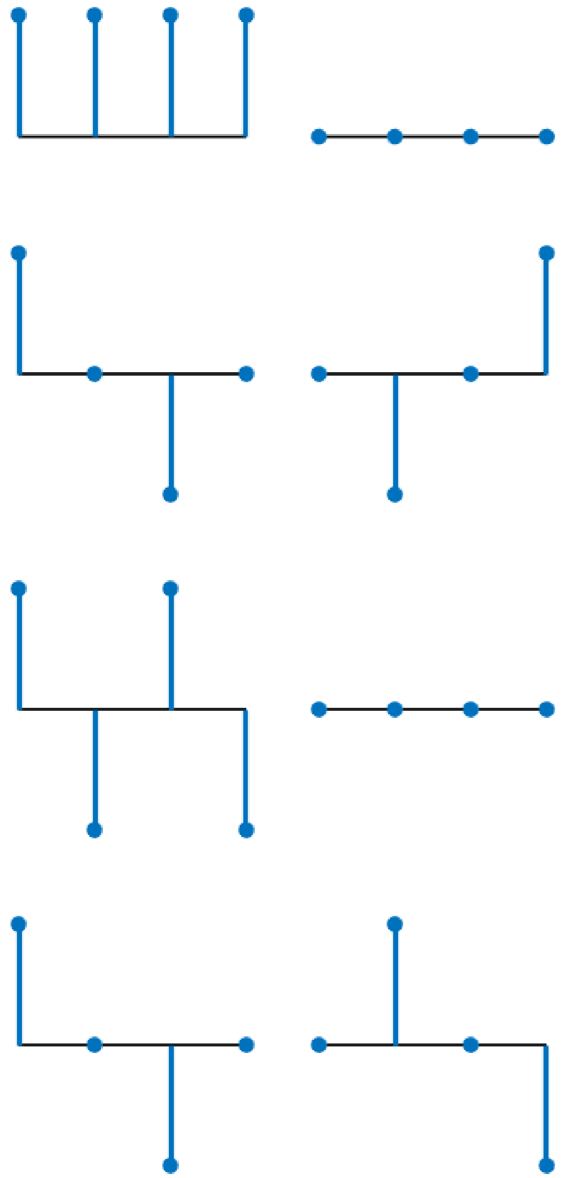
$$f(x) = \frac{1}{N}\sum_{v=0}^{N-1} F(v)e^{+j2\pi vx/N}$$

$$F(v) = \sum_{x=0}^{N-1} f(x)e^{-j2\pi vx/N}$$

مثال عددی



$$f = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$



$$F = \begin{bmatrix} 10 \\ 1+j \\ 0 \\ 1-j \end{bmatrix}$$

$$f(x) = \frac{1}{N} \sum_{v=0}^{N-1} F(v) e^{+j2\pi vx/N}$$

$$F(v) = \sum_{x=0}^{N-1} f(x) e^{-j2\pi vx/N}$$